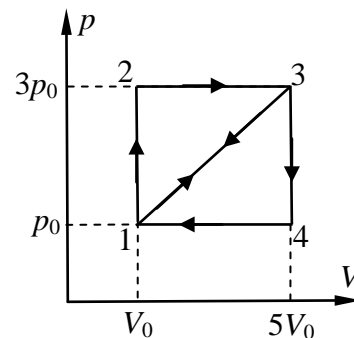


**2.2.1. Задача.** С одноатомным идеальным газом проводят два циклических процесса 1-2-3-1 и 1-3-4-1 (см. рис.). При этом в изохорных процессах давление газа изменяется в 3 раза, а в изобарных процессах объем изменяется в 5 раз. Определите отношение коэффициента полезного действия первого цикла к коэффициенту полезного действия второго цикла.



**2.2.1. Решение.** КПД тепловой машины равен отношению работы за цикл к количеству теплоты, полученному газом в этом цикле. Работа за цикл равна площади, ограниченной циклом на  $pV$ -диаграмме и одинакова для двух циклов. В первом цикле газ получает количество теплоты в процессах 1-2 и 2-3. Во втором цикле – в процессе 1-3. Следовательно, искомое отношение КПД циклов равно:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}}. \quad (1)$$

Определим, используя уравнение Клапейрона – Менделеева, соотношения между температурами газа в состояниях 1, 2 и 3:

$$T_1 = \frac{p_0 V_0}{\nu R}, \quad T_2 = \frac{3p_0 V_0}{\nu R} = 3T_1, \quad T_3 = \frac{3p_0 5V_0}{\nu R} = 15T_1.$$

Здесь  $\nu$  – число молей газа.

Учитывая, что молярные теплоемкости одноатомного идеального газа в изохорном и изобарном процессах равны соответственно  $c_v = \frac{3}{2}R$  и  $c_p = \frac{5}{2}R$ , выражения для количеств теплоты принимают вид:

$$Q_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(3T_1 - T_1) = 3\nu RT_1,$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(15T_1 - 3T_1) = 30\nu RT_1.$$

Количество теплоты, полученное газом во втором цикле, в соответствии с первым законом термодинамики, равно сумме изменения внутренней энергии и работы газа:

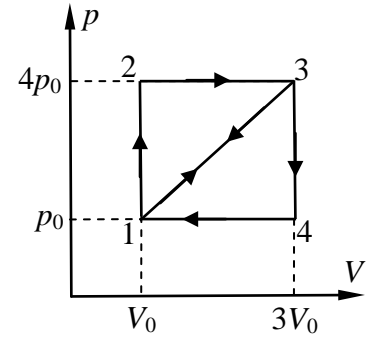
$$\begin{aligned} Q_{13} &= \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(5V_0 - V_0)(p_0 + 3p_0) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + 8p_0 V_0 = \\ &= \frac{3}{2}\nu R \cdot 14T_1 + 8\nu RT_1 = 29\nu RT_1. \end{aligned}$$

Подставляя в соотношение (1) полученные выражения для количеств теплоты, получаем искомое отношение КПД:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}} = \frac{33}{29}.$$

**Ответ:**  $\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{33}{29}.$

**2.2.2. Задача. (ОФ 2.2.)** С одноатомным идеальным газом проводят два циклических процесса 1-2-3-1 и 1-3-4-1 (см. рис.). В изохорных процессах давление газа изменяется в 4 раза, а в изобарных процессах объем изменяется в 3 раза. Определите отношение коэффициента полезного действия второго цикла к коэффициенту полезного действия первого цикла.



**2.2.2. Решение.** КПД тепловой машины равен отношению работы за цикл к количеству теплоты, полученному в этом цикле. Работа за цикл равна площади, ограниченной циклом на  $pV$ -диаграмме и одинакова для двух циклов. В первом цикле газ получает количество теплоты в процессах 1-2 и 2-3. Во втором цикле – в процессе 1-3. Следовательно, искомое отношение КПД циклов равно:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}}. \quad (1)$$

Определим, используя уравнение Клапейрона – Менделеева, соотношения между температурами газа в состояниях 1, 2 и 3:

$$T_1 = \frac{p_0 V_0}{\nu R}, \quad T_2 = \frac{4p_0 V_0}{\nu R} = 4T_1, \quad T_3 = \frac{4p_0 \cdot 3V_0}{\nu R} = 12T_1.$$

Здесь  $\nu$  – число молей газа.

Учитывая, что молярные теплоемкости одноатомного идеального газа в изохорном и изобарном процессах равны соответственно  $c_v = \frac{3}{2}R$  и  $c_p = \frac{5}{2}R$ , выражения для количеств теплоты принимают вид:

$$Q_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(4T_1 - T_1) = \frac{9}{2}\nu RT_1,$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(12T_1 - 4T_1) = 20\nu RT_1.$$

Количество теплоты, полученное газом во втором цикле, в соответствии с первым законом термодинамики, равно сумме изменения внутренней энергии и работы газа:

$$Q_{13} = \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(3V_0 - V_0)(p_0 + 4p_0) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + 5p_0 V_0 =$$

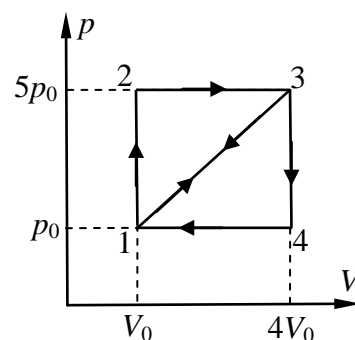
$$= \frac{33}{2}\nu RT_1 + 5\nu RT_1 = \frac{43}{2}\nu RT_1.$$

Подставляя в соотношение (1) полученные выражения для количеств теплоты, получаем искомое отношение КПД:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}} = \frac{49}{43}.$$

**Ответ:**  $\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{49}{43}.$

**2.2.3. Задача. (ОФ 2.3.)** С одноатомным идеальным газом проводят два циклических процесса 1-2-3-1 и 1-3-4-1 (см. рис.). В изохорных процессах давление газа изменяется в 5 раз, а в изобарных процессах объем изменяется в 4 раза. Определите отношение коэффициента полезного действия второго цикла к коэффициенту полезного действия первого цикла.



**Решение.** КПД тепловой машины равен отношению работы за цикл к количеству теплоты, полученному в этом цикле. Работа за цикл равна площади, ограниченной циклом на  $pV$ -диаграмме и одинакова для двух циклов. В первом цикле газ получает количество теплоты в процессах 1-2 и 2-3. Во втором цикле – в процессе 1-3. Следовательно, искомое отношение КПД циклов равно:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}}. \quad (1)$$

Определим, используя уравнение Клапейрона – Менделеева, соотношения между температурами газа в состояниях 1, 2 и 3:

$$T_1 = \frac{p_0 V_0}{\nu R}, \quad T_2 = \frac{5p_0 V_0}{\nu R} = 5T_1, \quad T_3 = \frac{5p_0 \cdot 4V_0}{\nu R} = 20T_1.$$

Здесь  $\nu$  – число молей газа.

Учитывая, что молярные теплоемкости одноатомного идеального газа в изохорном и изобарном процессах равны соответственно  $c_V = \frac{3}{2}R$  и  $c_p = \frac{5}{2}R$ , выражения для количеств теплоты принимают вид:

$$Q_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(5T_1 - T_1) = 6\nu RT_1,$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(20T_1 - 5T_1) = \frac{75}{2}\nu RT_1.$$

Количество теплоты, полученное газом во втором цикле, в соответствии с первым законом термодинамики, равно сумме изменения внутренней энергии и работы газа:

$$\begin{aligned} Q_{13} &= \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(4V_0 - V_0)(p_0 + 5p_0) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) + 9p_0 V_0 = \\ &= \frac{57}{2}\nu RT_1 + 9\nu RT_1 = \frac{75}{2}\nu RT_1. \end{aligned}$$

Подставляя в соотношение (1) полученные выражения для количеств теплоты, получаем искомое отношение КПД:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{Q_{12} + Q_{23}}{Q_{13}} = \frac{87}{75}.$$

**Ответ:**  $\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{87}{75}.$